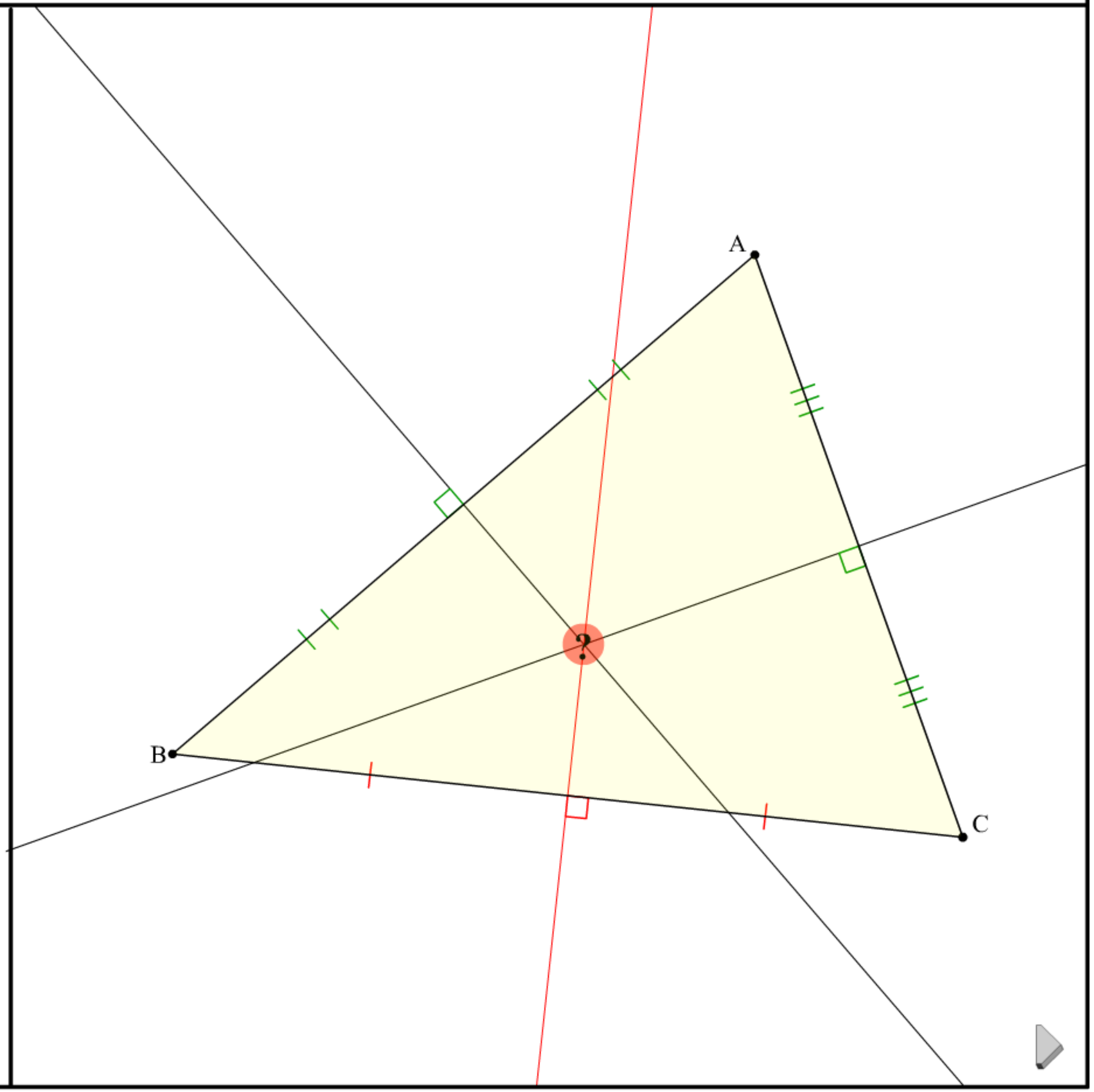
Démonstration d'une propriété des médiatrices d'un triangle.

Déplacer les points A, B , C :
il semble que les médiatrices des trois côtés du triangle ABC passent par un même point.

Cette conjecture est démontrée dans les pages suivantes.

Pour démontrer que trois droites sont concourantes, il suffit de démontrer que le point de concours de deux d'entre elles est sur la troisième.



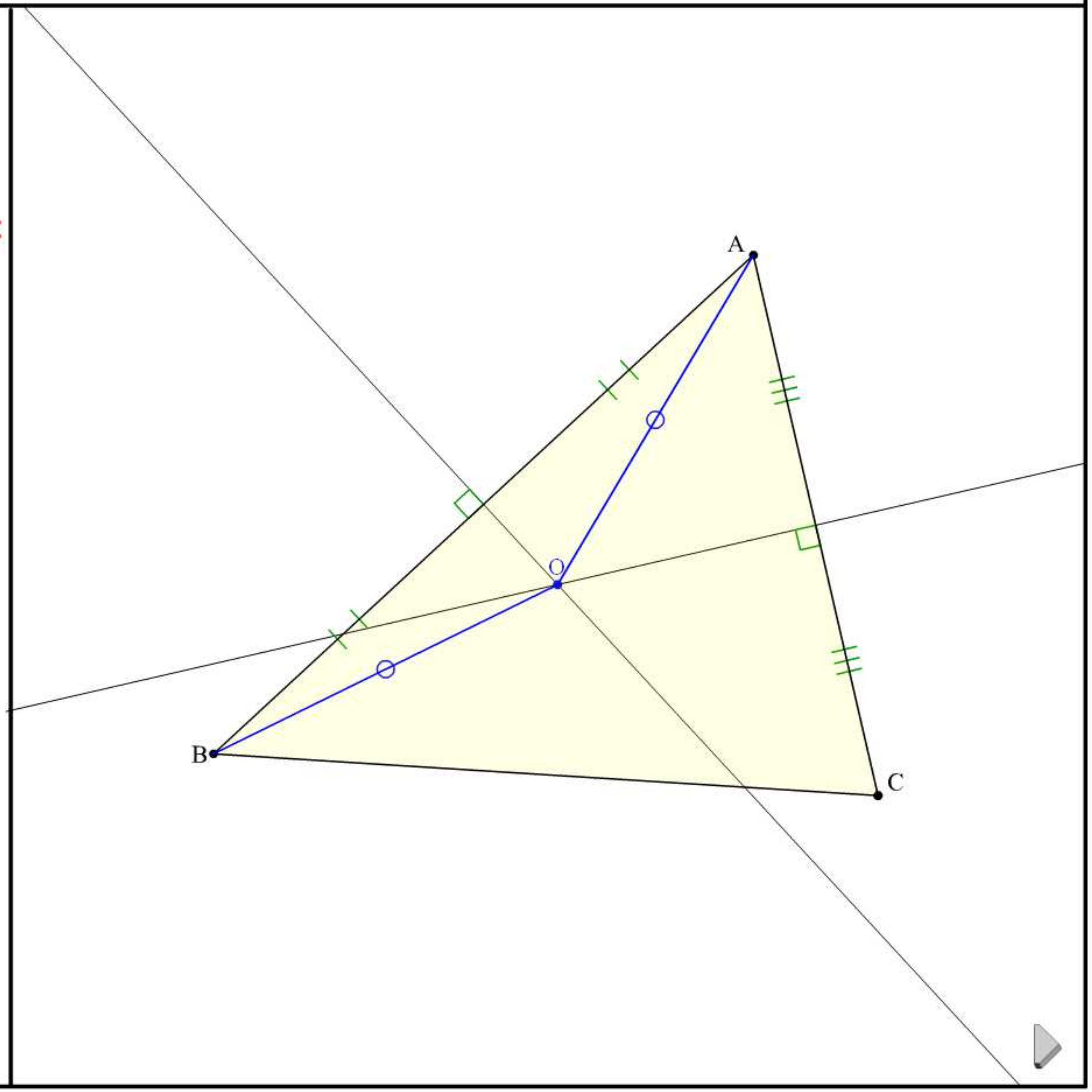
Démonstration d'une propriété des médiatrices d'un triangle.

Hypothèse (ce qui est donné) :
les médiatrices de [AB] et [AC]
se coupent en O.

Conclusion (ce qu'il faut démontrer) :
O est sur la médiatrice de [BC] ?

Démonstration. Partie1.
O est sur la médiatrice de [AB]
(d'après l'hypothèse).
Donc O est équidistant de A et B
(d'après la propriété 1) :

OA = $\boxed{\text{OB}}$



Si un point est sur la médiatrice d'un segment alors ce point est équidistant des extrémités de ce segment.

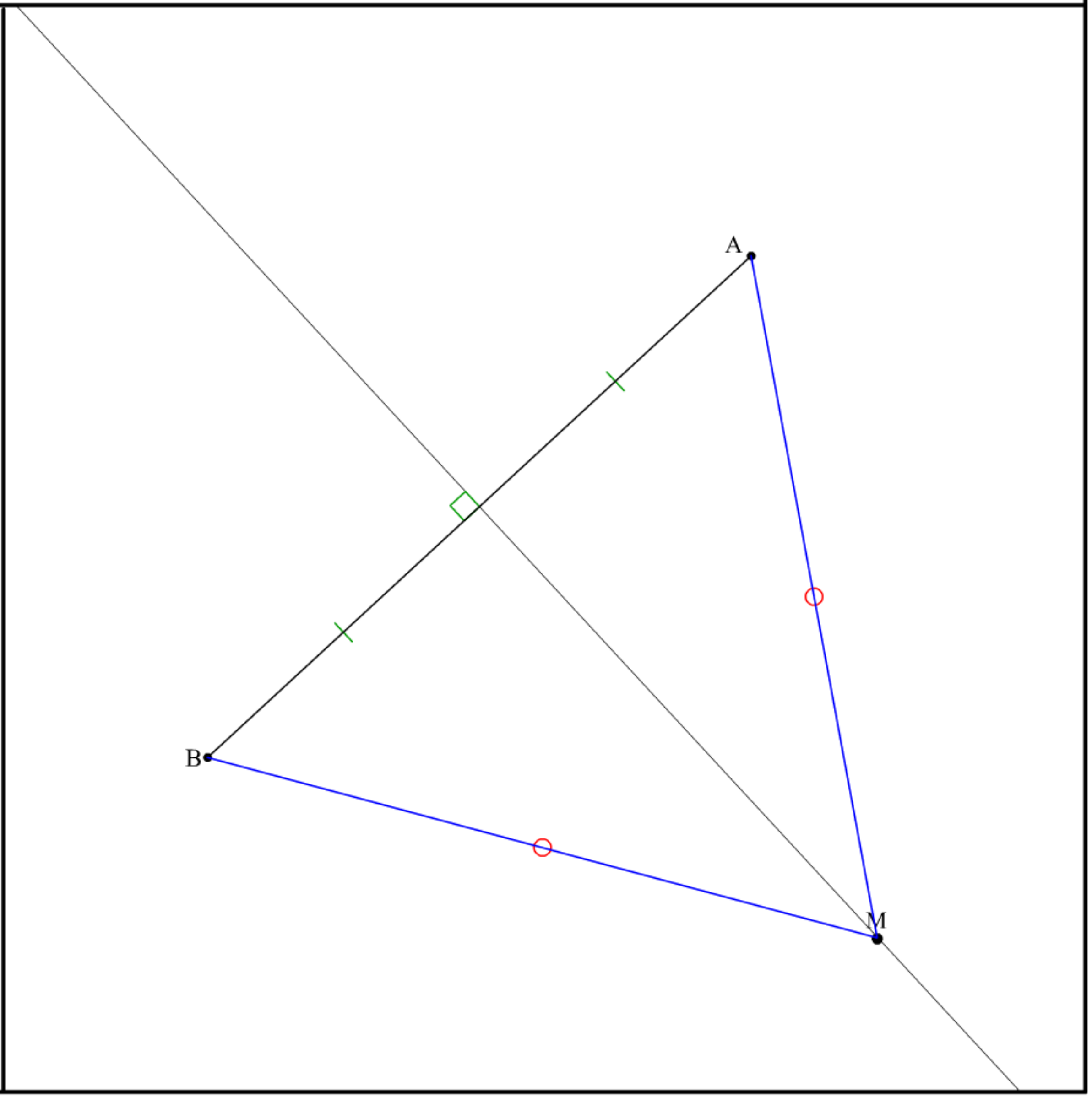
Déplacer A, B puis
M sur la médiatrice de [AB].

MA = 16.5

MB = 16.5

Si M est sur la médiatrice de [AB]
alors MA=MB.

Retour à la démonstration



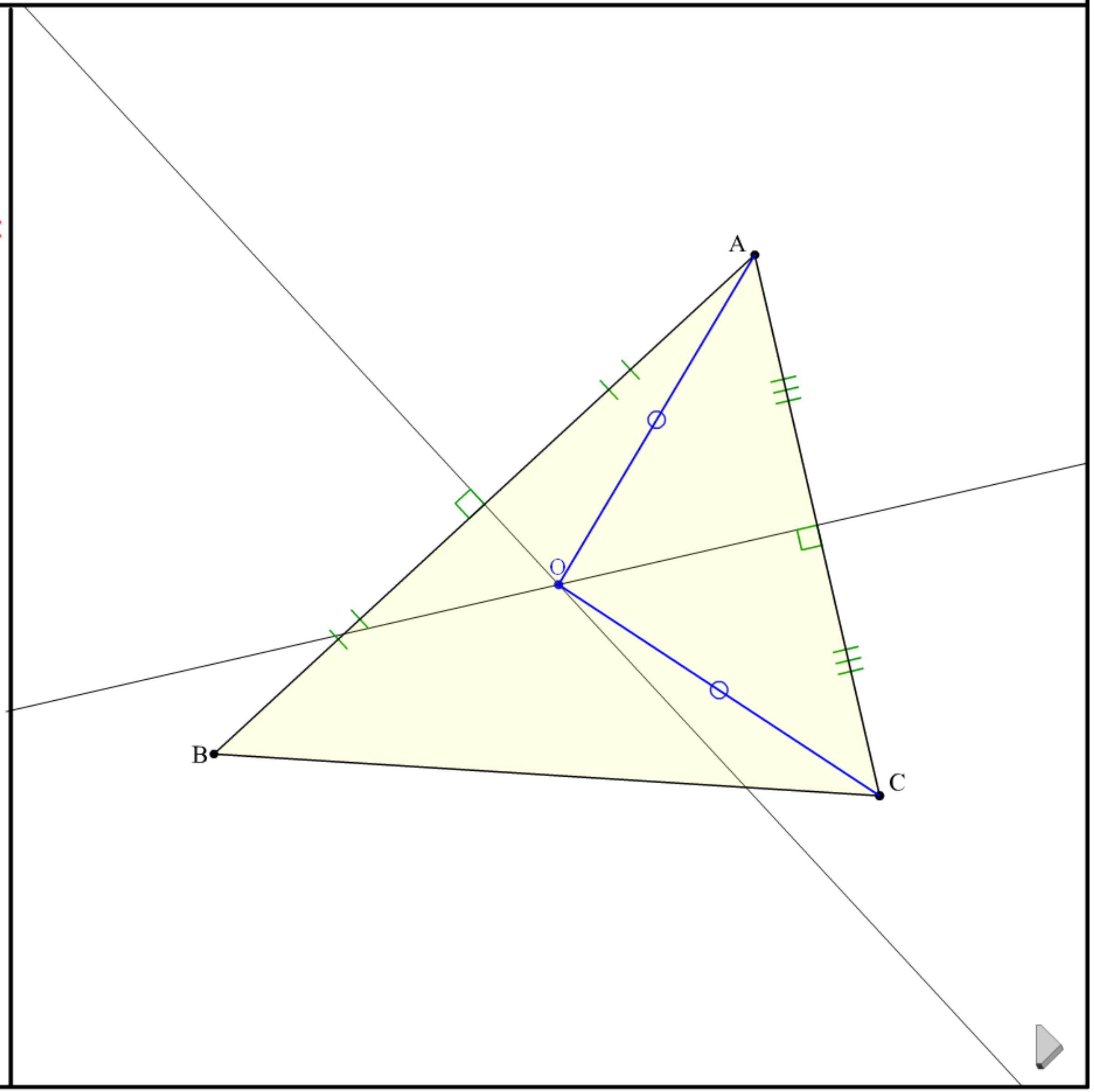
Démonstration d'une propriété des médiatrices d'un triangle.

Hypothèse (ce qui est donné) :
les médiatrices de [AB] et [AC]
se coupent en O.

Conclusion (ce qu'il faut démontrer) :
O est sur la médiatrice de [BC] ?

Démonstration. Partie2.
O est sur la médiatrice de [AC]
(d'après l'hypothèse).
Donc O est équidistant de A et C
(d'après la propriété 1) :

$OA = \boxed{OC}$

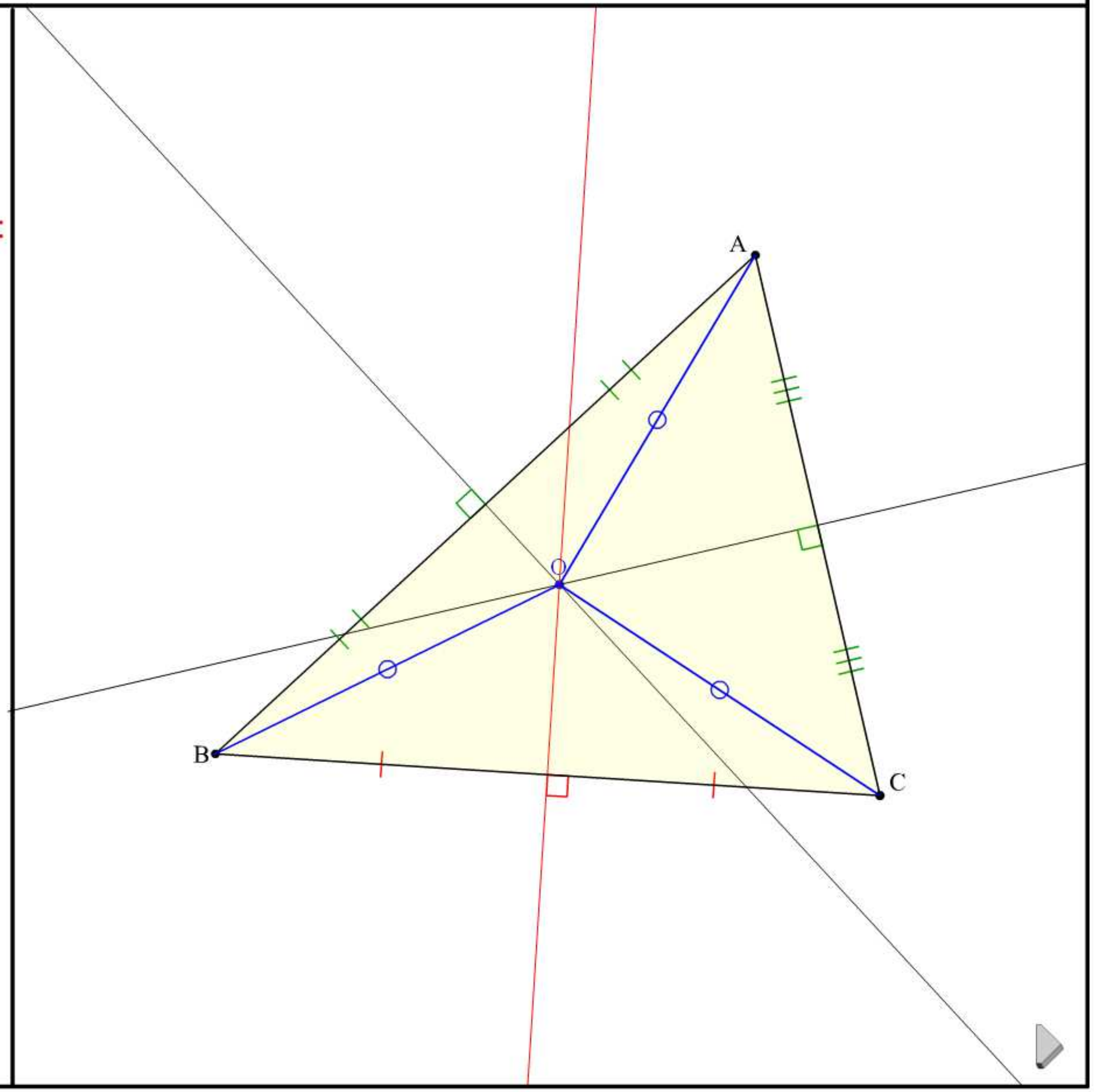


Démonstration d'une propriété des médiatrices d'un triangle.

Hypothèse (ce qui est donné) :
les médiatrices de [AB] et [AC]
se coupent en O.

Conclusion (ce qu'il faut démontrer) :
O est sur la médiatrice de [BC] ?

Démonstration. Partie3.
OA = OB et OA = OC
(d'après ce qui a été démontré).
Donc OB = OC :
O est équidistant de B et C.
Donc O est sur la médiatrice de [BC]
(d'après la propriété 2).



Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors ce point est sur la médiatrice de ce segment.

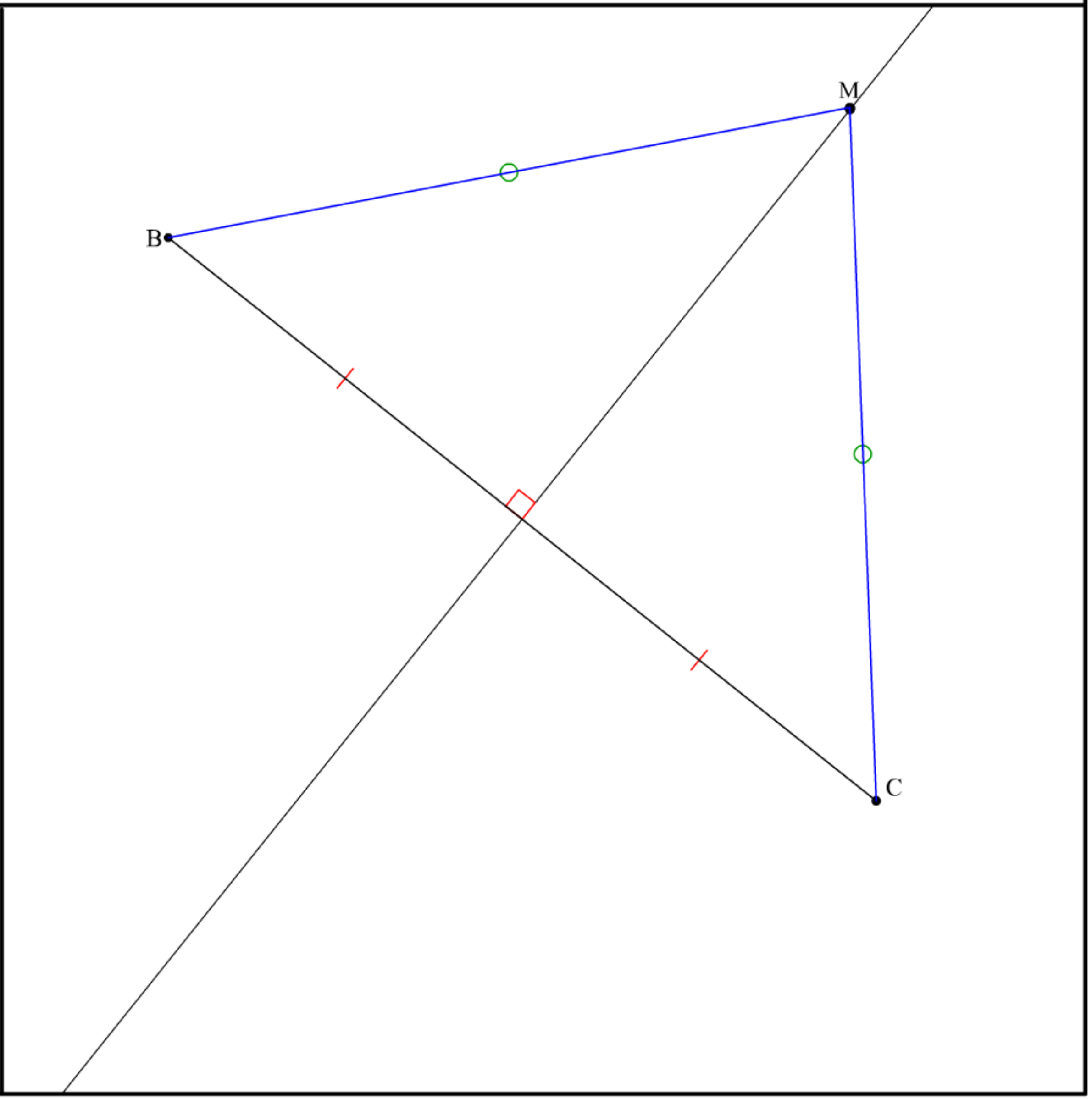
Déplacer B, C puis
M tel que MB=MC.

MB = 16.5

MC = 16.5

Si MB=MC
alors M est sur la médiatrice de [BC].

Retour à la démonstration



Roland Dassonval

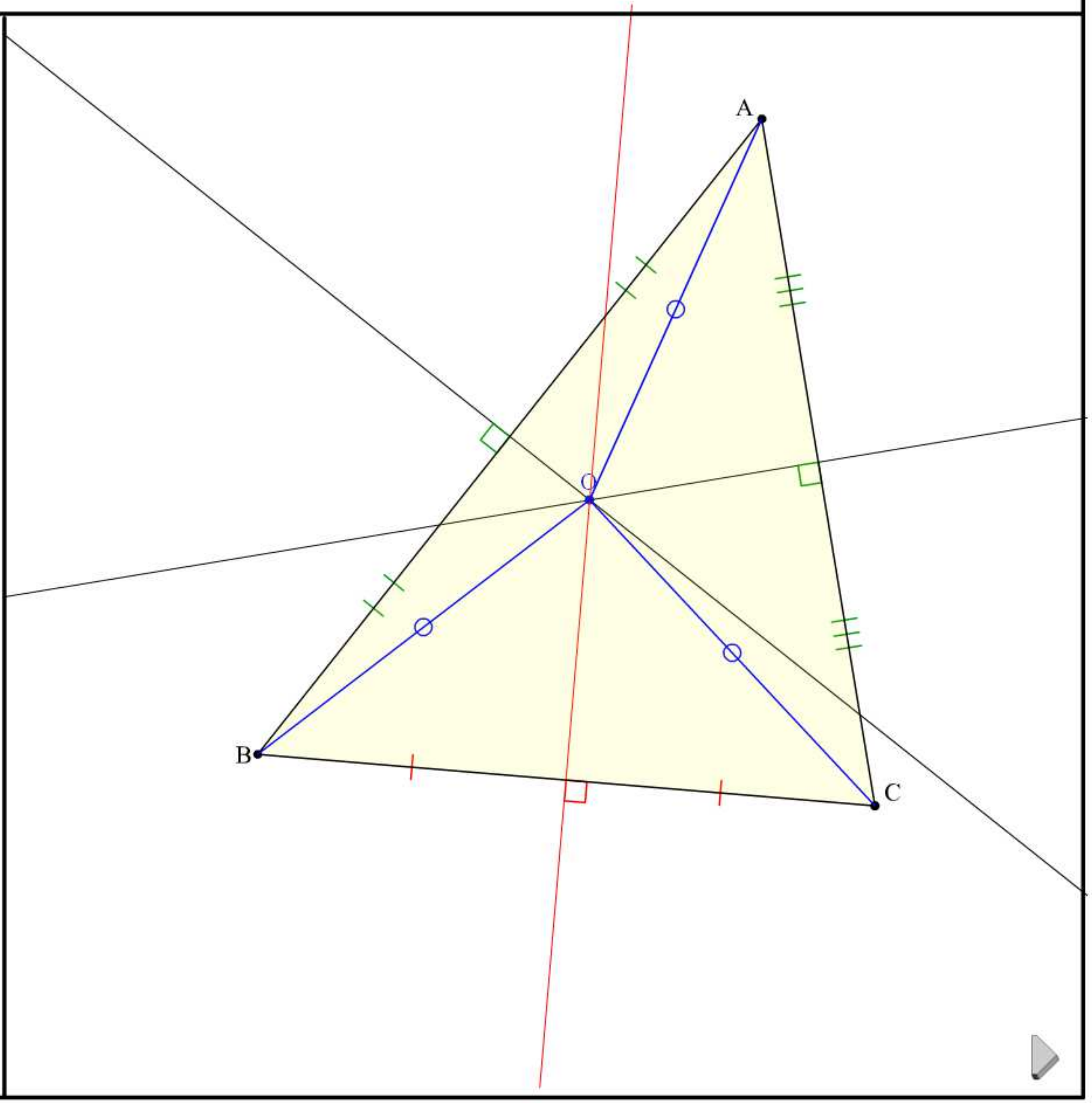
Démonstration d'une propriété des médiatrices d'un triangle.

Hypothèse (ce qui est donné) :
les médiatrices de [AB] et [AC]
se coupent en O.

Conclusion (ce qu'il faut démontrer) :
O est sur la médiatrice de [BC] ?

Démonstration. Récapitulation.

1) O est sur la médiatrice de [AB]
(d'après l'hypothèse).
Donc O est équidistant de A et B
(d'après la propriété 1) : OA=OB.
2) O est sur la médiatrice de [AC]
(d'après l'hypothèse).
Donc O est équidistant de A et C
(d'après la propriété 1) : OA=OC.
3) OA = OB et OA = OC
(d'après ce qui a été démontré).
Donc OB = OC :
O est équidistant de B et C.
Donc O est sur la médiatrice de [BC]
(d'après la propriété 2).



Précisions pour rédiger une démonstration.

Chaque affirmation doit être justifiée par
* une référence à l'hypothèse (ensemble des données)
* ou un résultat de cours (définition, propriété...)
* ou une référence à une démonstration précédente.

Les propriétés utilisées dans cette démonstration.

Propriété 1, réciproque de la propriété 2.
Si un point est sur la médiatrice d'un segment
alors ce point est équidistant des extrémités de ce segment.

Propriété 2, réciproque de la propriété 1.
Si un point est équidistant des extrémités d'un segment
alors ce point est sur la médiatrice de ce segment.

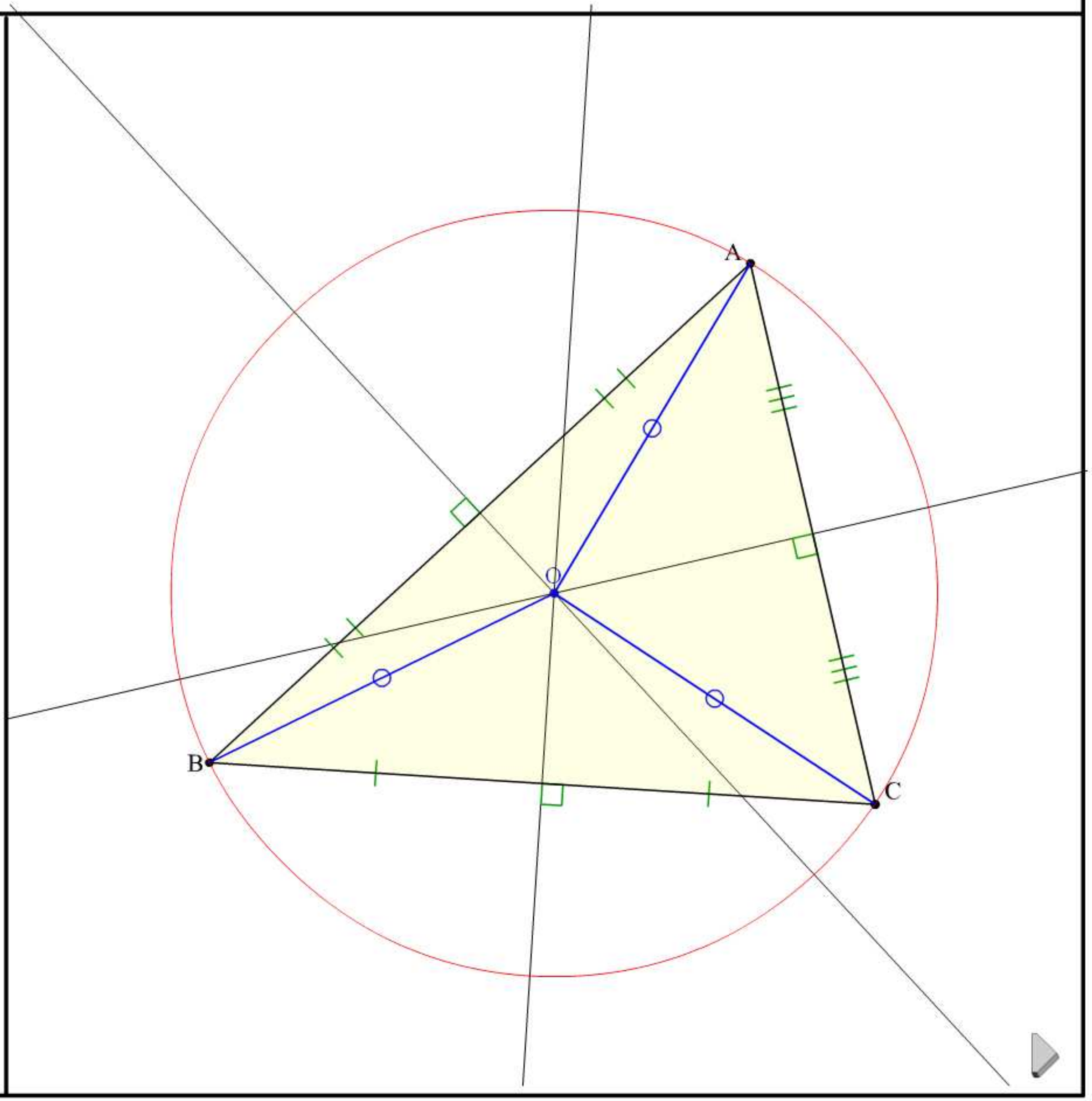
Bien distinguer une propriété et sa réciproque :
ce qui est connu est en vert,
ce qui est déduit est en rouge.

Retour à la démonstration.

Démonstration d'une propriété des médiatrices d'un triangle.

Complément.

OA=OB=OC
(d'après ce qui a été démontré).
Donc O est centre du cercle qui passe par A, B, C.
Ce cercle est le cercle circonscrit au triangle.



mediap3demo

Enoncé de la propriété démontrée.

Les médiatrices d'un triangle passent par un même point.
Ce point est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.